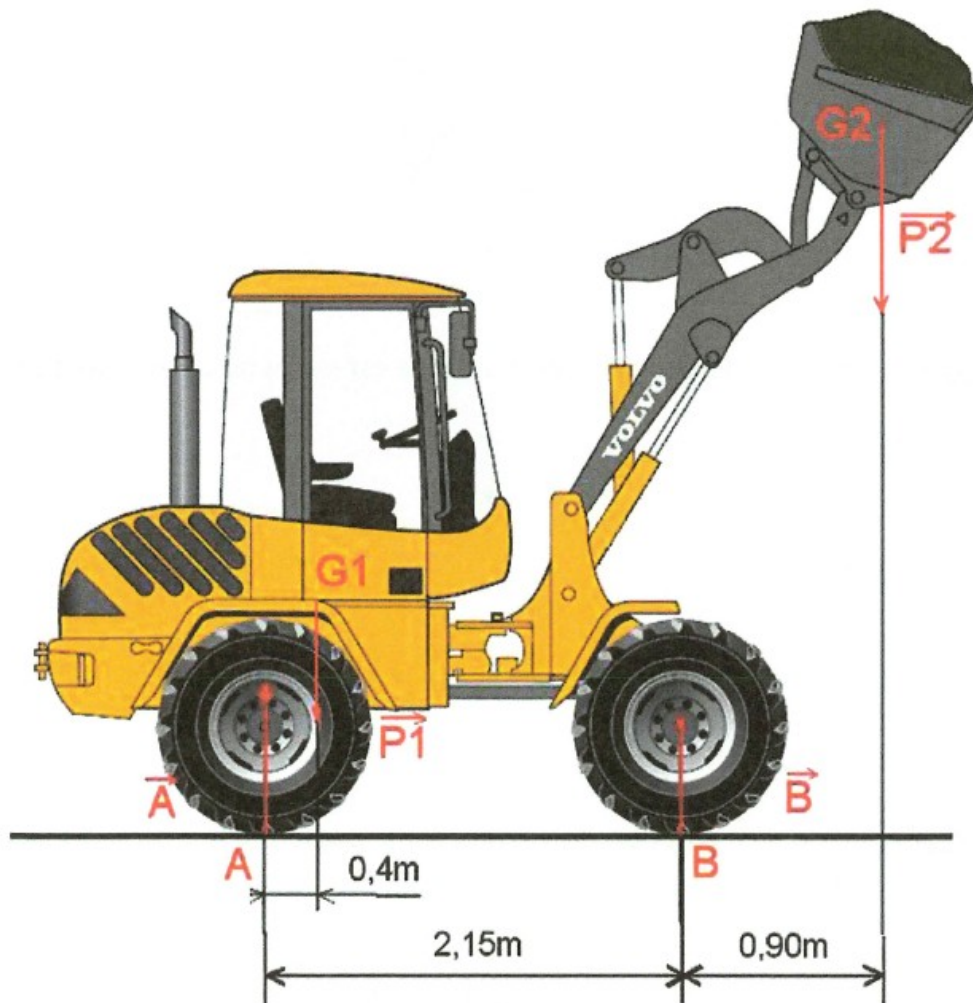


## STATIQUE GRAPHIQUE

### Objectifs

- Principe fondamentale de la statique et théorème des actions réciproques.
- Résolution d'un problème de statique de manière graphique.

### Introduction



**Quelle charge maximum puis-je mettre dans le godet lorsque ma pelle Volvo est à l'arrêt ?**

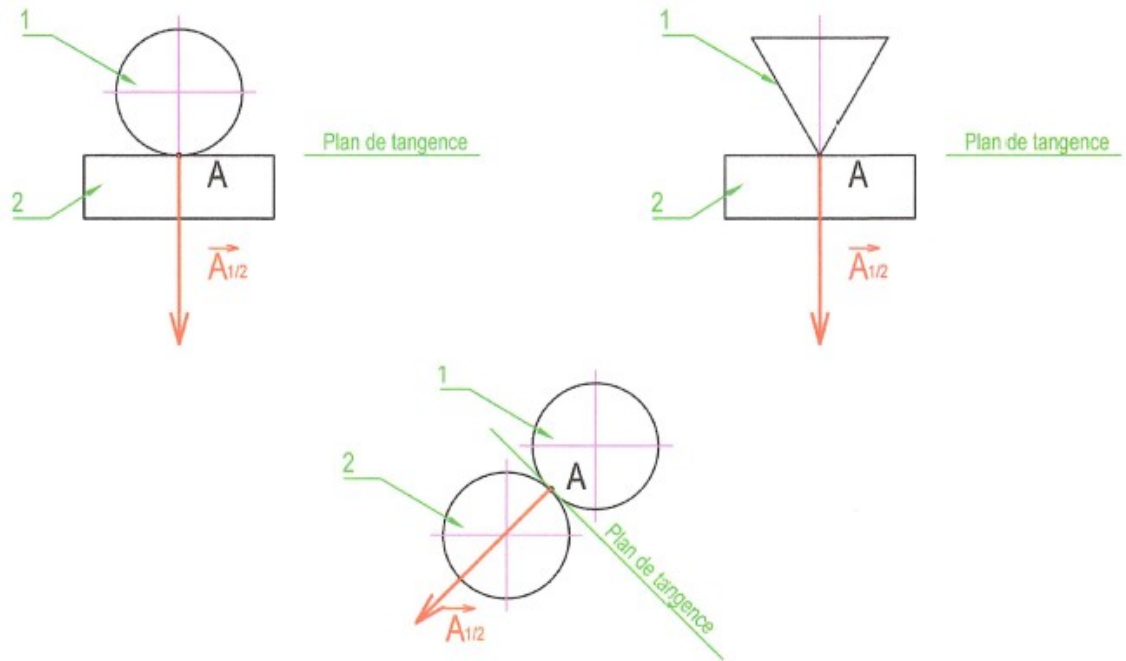
### I. Actions des liaisons parfaites

#### 1. Représentations

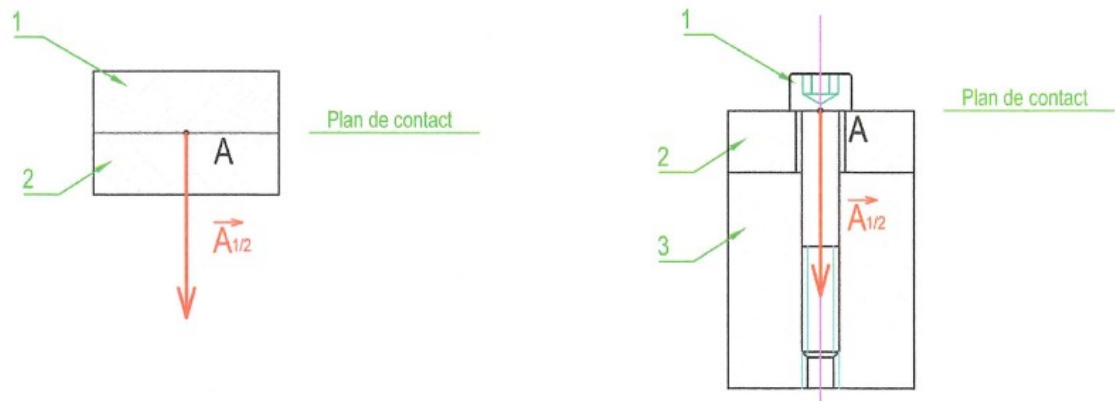
Suivant les liaisons mécaniques (pivot, glissière, appui plan...), on peut connaître des informations sur le vecteur représentant une action mécanique de contact.

*Exemple : Exemple*

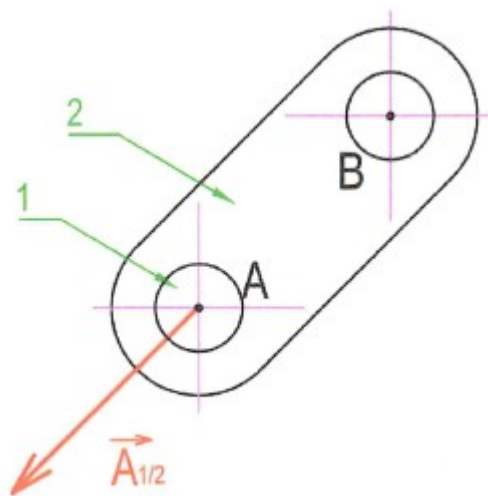
**Liaison ponctuelle** : la droite d'action du vecteur force est perpendiculaire au plan de contact ou plan de tangence.



**Appui plan** : la droite d'action du vecteur force est perpendiculaire au plan de contact.



**Liaison pivot** : la droite d'action du vecteur force passe par le centre du pivot.



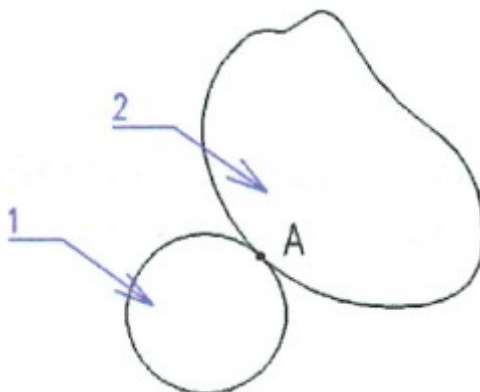
## 2. Exercice

Dans les **exemples suivants**, mettre en place la force  $\overrightarrow{A_{1/2}}$ , sachant que cet effort est de 70 N et que l'on prend une échelle de 1 mm pour 5 N.

Question 1

---

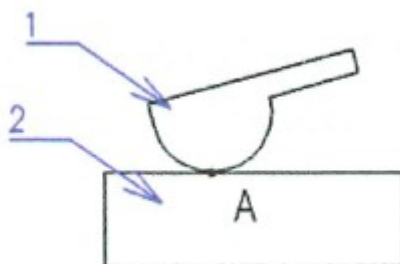
Exemple 1 :



Question 2

---

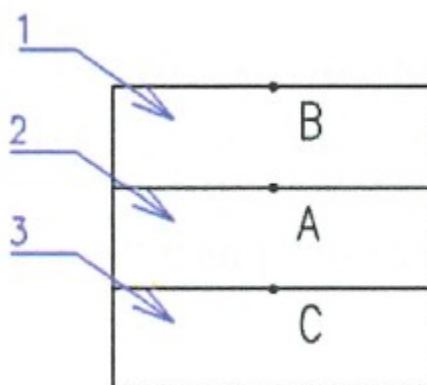
Exemple 2 :



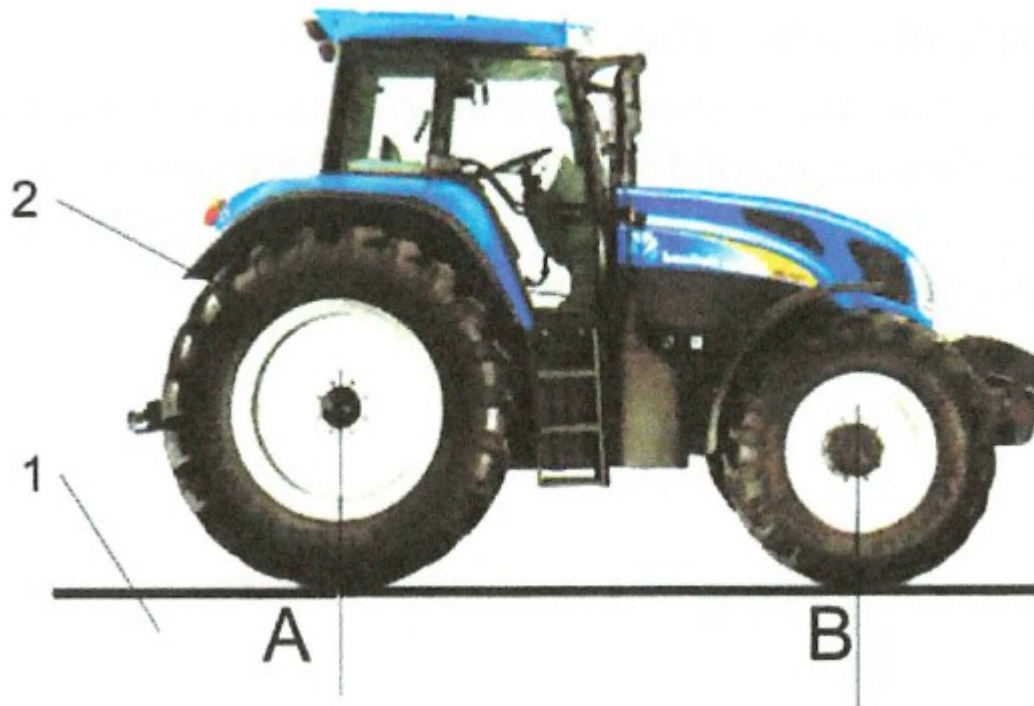
Question 3

---

Exemple 3 :



**Exemple 4 :** (l'effort en A passe à 75000 N, l'échelle est de 1 mm pour 2000 N)



## II. Principe fondamental de la statique

### 1. Le PFS, à quoi ça sert ?

Le PFS sert à traduire **les conditions d'équilibre d'un système matériel (S) au repos** dans un **repère galiléen (R)**, au cours du temps. C'est à dire que **les coordonnées de chaque point de (S) restent constantes dans le repère (R)**.

### 2. Qu'est-ce qu'un système matériel ?

Un système matériel (S) est un ensemble de points matériels qui constituent :

- un solide (une pièce),
- un ensemble de plusieurs solides (un assemblage de pièces),
- une portion de solides (une partie de pièce).

### 3. Qu'est-ce qu'un repère galiléen ?

Un repère galiléen (R) est un repère privilégié, où tous points matériels immobiles restent immobiles dans (R). Pour un grand nombre de problèmes de mécanique, on prendra la Terre comme repère galiléen.

### 4. Qu'est-ce qu'une action mécanique extérieure ?

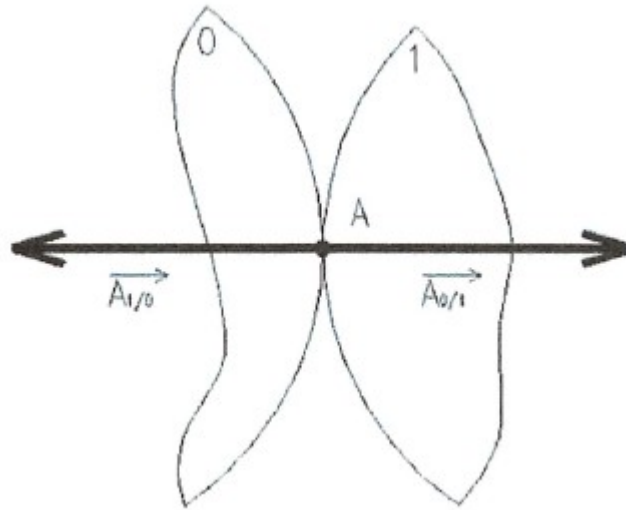
Pour l'étude de l'équilibre d'un système matériel (S), on doit parfaitement l'isoler par rapport à son environnement.

Ainsi, tous les éléments qui n'appartiennent pas à (S) et qui agissent sur (S), sont dits « **extérieurs** » au système matériel (S).

Donc, **la frontière d'isolement** entre ces éléments et (S) **permet de distinguer les différentes actions mécaniques extérieures** (actions mécaniques de contact ou à distance) **qui agissent sur (S)**.

### 5. Le principe des actions mutuelles :

Lorsqu'un solide 1 agit sur un solide 0 en un point A, il exerce une action appelée  $\vec{A}_{1/0}$ . Si on considère l'action du solide 0 sur le solide 1 en A, on constate que  $\vec{A}_{0/1}$  est inversée par rapport à  $\vec{A}_{1/0}$ . Autrement dit  $\vec{A}_{1/0} = -\vec{A}_{0/1}$ . Les actions ont le même support, la même intensité, le même point d'application, mais sont de sens opposés.

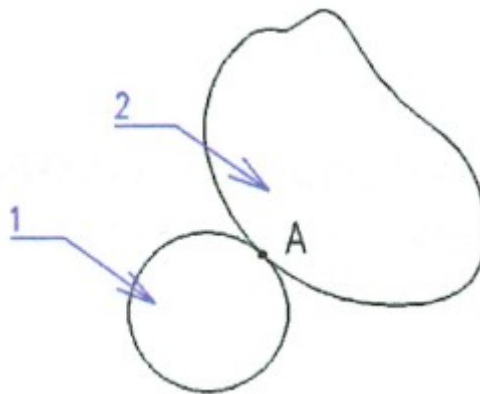


## 6. Exercice

Dans les **exemples suivants**, mettre en place la force  $\vec{A}_{1/2}$ , puis  $\vec{A}_{2/1}$  sachant que cet effort est de 40 N et que l'on prend une échelle de 1 mm pour 5 N.

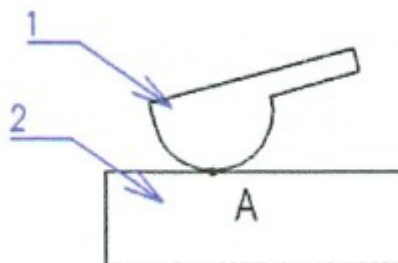
### Question 1

#### Exemple 1 :

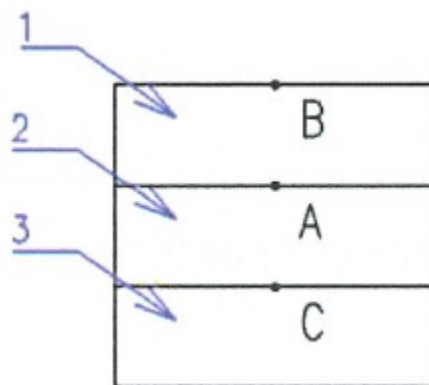


### Question 2

#### Exemple 2 :



## Exemple 3 :



## 7. Le Principe Fondamentale de la Statique : Fondamental

Un système matériel (S) en équilibre, soumis à l'action de forces extérieures, reste en équilibre si :

⇒ La résultante R de toutes les forces extérieures F appliquées à (S) est nulle :

### III. PFS appliqué à un système soumis à deux actions

#### 1. Hypothèses :

- Les actions de contact sont situées **dans le plan (O, x, y)**, plan de symétrie **géométrique et mécanique**,
- Les liaisons sont supposées parfaites,
- Sauf exception, tous les poids des systèmes matériels sont négligés.

#### 2. Étude 1 :

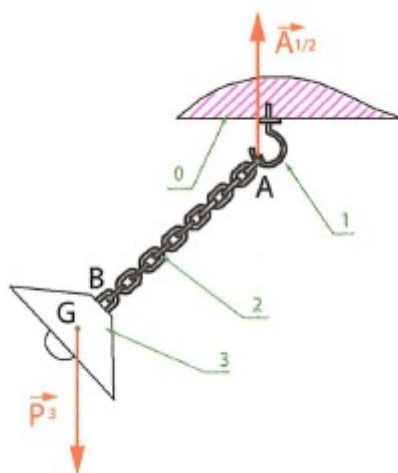


Figure 1

#### Bilan des actions mécaniques extérieures

ACTIONS EXT.	Point d'application	Droite d'action		SENS		INTENSITÉ (N)	
$\vec{P}_3$	G	⊥	X	↓	X	8	X
$\vec{A}_{1/2}$	A	⊥	X	↑	X	8	X

On constate que les deux forces sont de même intensité et de sens opposés, mais pourtant, il n'y a pas d'équilibre dans cette position.

Si la lampe bascule dans la position de la figure 2, alors le solide restera en équilibre.

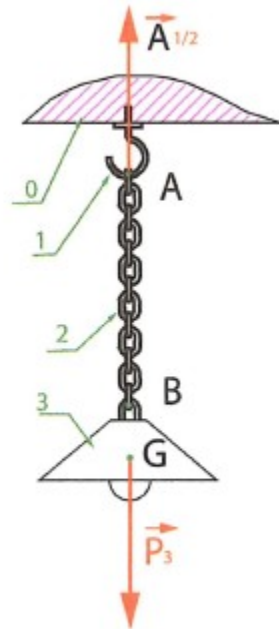


Figure 2

### Conclusion

Solide soumis à deux actions mécaniques extérieures :

$\sum \vec{F}_{(ext \rightarrow S)} = \vec{0}$  implique que les forces ont la même intensité et sont de sens opposés.

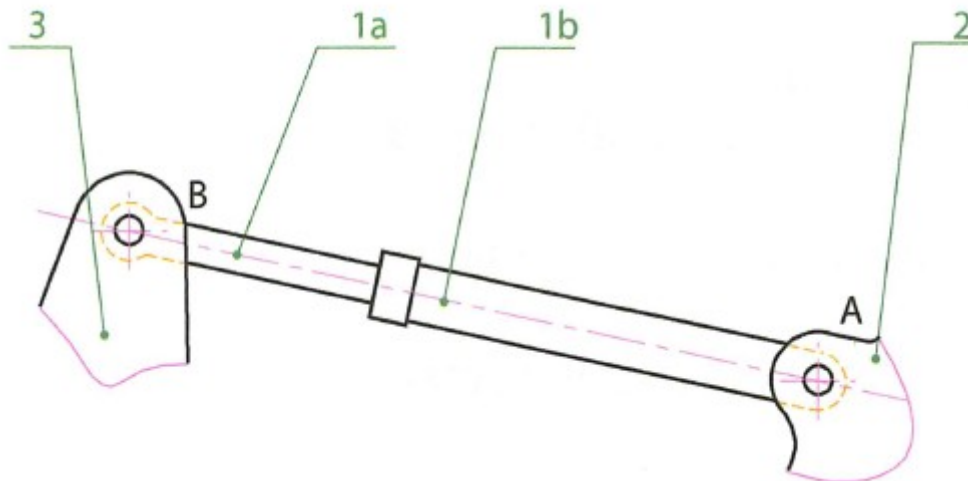
$\sum \vec{M}_{/A}(F_{ext \rightarrow S}) = \vec{0}$  implique que les forces ont la même droite d'action (pour ne pas générer de moment).

Lorsqu'un système matériel est en équilibre sous l'action de 2 forces, ces dernières sont de sens opposés, de même intensité et de même direction.

La direction des forces passe donc par les deux points d'applications.

$$\Delta \vec{A} = \Delta \vec{B} = (AB)$$

### 3. Application : Isolons le vérin 1 :



### Bilan des forces agissant sur le vérin (1)

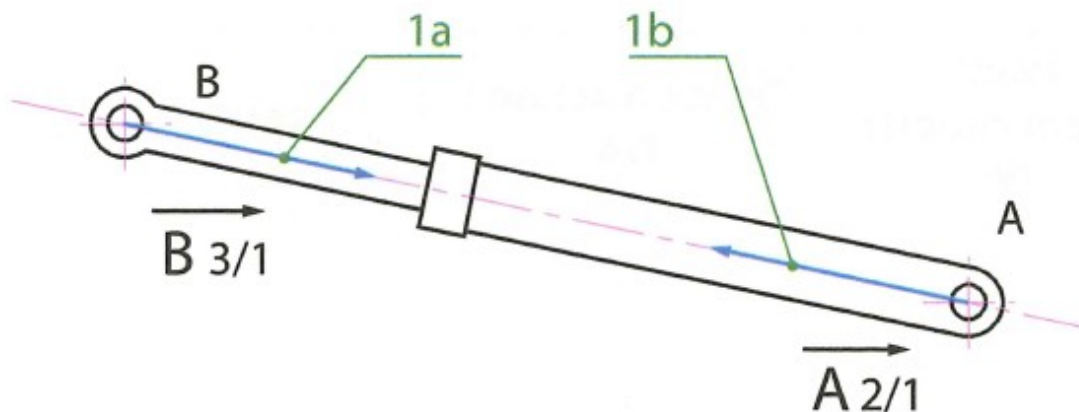
ACTIONS EXT.	Point d'application	Droite d'action		SENS		INTENSITÉ (N)	
$\vec{B}_{3/1}$	B	?		?		?	
$\vec{A}_{2/1}$	A	AB	X	↖	X	3500	X

## Justifications

Solide en équilibre soumis à deux actions mécaniques extérieures :

$$\vec{A}_{2/1} = -\vec{B}_{3/1} \text{ ou } \vec{A}_{2/1} + \vec{B}_{3/1} = \vec{0}$$

(Même droite d'action, même intensité, sens opposés).



## 4. Exercices

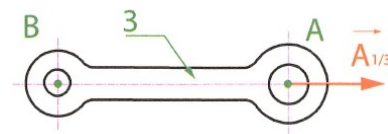
### Exercice 1 : Bielle

Déterminer l'action en **B** du solide **2** sur la bielle **3**.

Énoncer le PFS.

Compléter le tableau bilan des actions mécaniques extérieures.

Compléter la modélisation en reportant le vecteur force en **B**.



### Question 1



ACTIONS EXT.	Point d'application	Droite d'action		SENS		INTENSITÉ (N)	
$\vec{B}_{2/3}$	B	?		?		?	
$\vec{A}_{1/3}$	A	—	X	→	X	3200	X

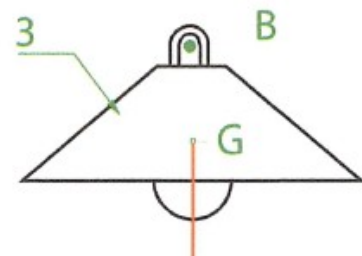
### Exercice 2 : Abat-jour

Déterminer l'action en **B** du solide **2** sur l'abat-jour **3**.

Énoncer le PFS.

Compléter le tableau bilan des actions mécaniques extérieures.

Compléter la modélisation en reportant le vecteur force en **B**.





Question 2



ACTIONS EXT.	Point d'application	Droite d'action		SENS		INTENSITÉ (N)	
$\overrightarrow{B_{2/3}}$	B	?		?		?	
$\overrightarrow{P_3}$	G		X	↓	X	3,5	X



## IV.PFS appliqué à un système soumis à trois actions non parallèles

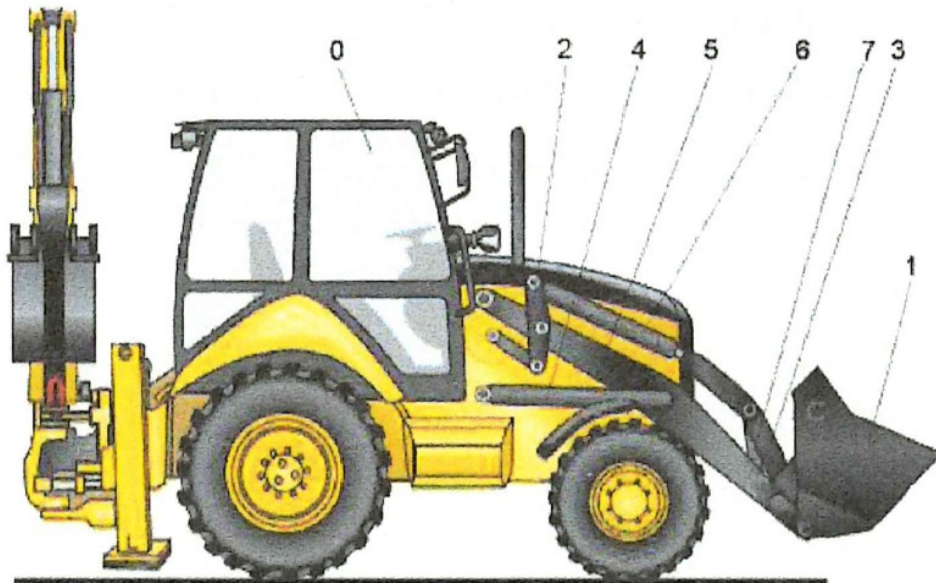
### 1. Mise en contexte

Un tractopelle est équipé d'un godet **1** articulé au moyen de deux pivots en deux points par rapport à un bras **5** et une biellette **3**.

Sachant que le poids des matériaux additionné au poids du godet est appliqué en un point **G**, que le poids total est de **12000 N** et que la droite d'action de la biellette 3 sur le godet est connue, déterminer les actions aux deux pivots **A** et **B** afin de pouvoir définir le diamètre minimum de ces axes.

*Hypothèses :*

- Le frottement est négligé (liaison parfaite)
- Le problème est considéré plan (toutes les actions sont dans le plan de symétrie du godet).



Tractopelle Caterpillar

### 2. 1. Isolons le godet (1) :

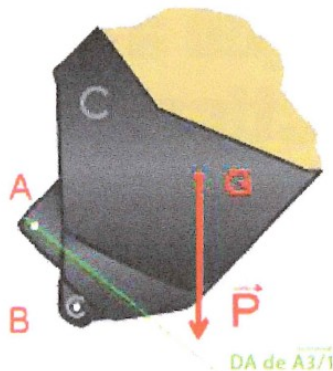
*Bilan des actions mécaniques extérieures (BAME)*



La bride est soumise à 3 forces coplanaires :

$\vec{P}$  Poids de l'ensemble godet + matériaux,

$\vec{A}_{3/1}$  Action de la biellette **3** sur le godet **1**,

$\vec{B}_{5/1}$  Action du bras **5** sur le godet **1**.



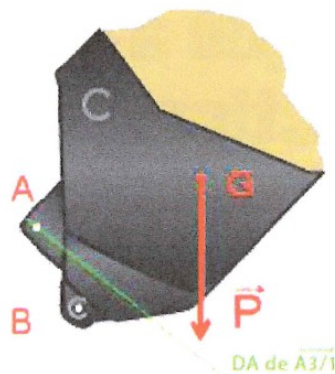
ACTIONS EXT.	Point d'application	Droite d'action		SENS		INTENSITÉ (N)	
$\vec{A}_{3/1}$	A		X	?		?	
$\vec{B}_{5/1}$	B	?		?		?	
$\vec{P}$	G		X	↓	X	12000	X

### 3. 2. Application du PFS :

Le godet est en équilibre si :

- $\sum \vec{F}_{(ext \rightarrow S)} = \vec{0}$  (le dynamique, ou polygone formé par les 3 vecteurs forces est fermé),
- $\sum \vec{M}_{/A(F_{ext \rightarrow S})} = \vec{0}$  (les supports des 3 forces sont coplanaires et ont un même point concourant I).

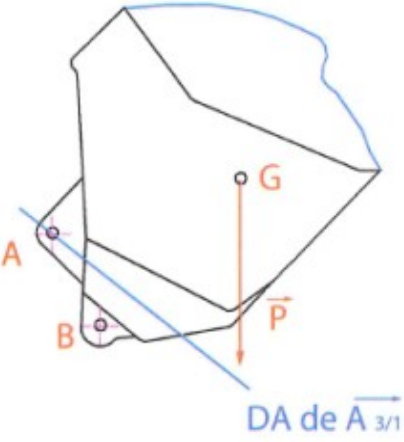
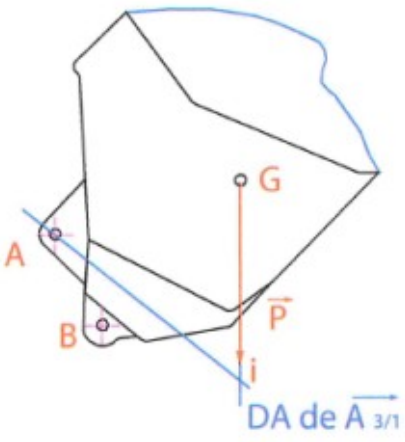
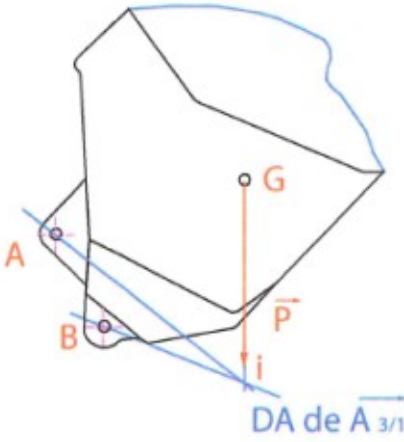
### 4. 3. Schématisation des forces agissant sur le godet (1) :

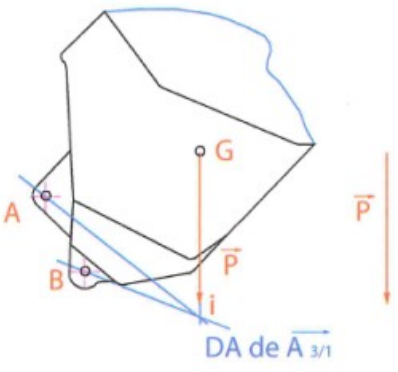
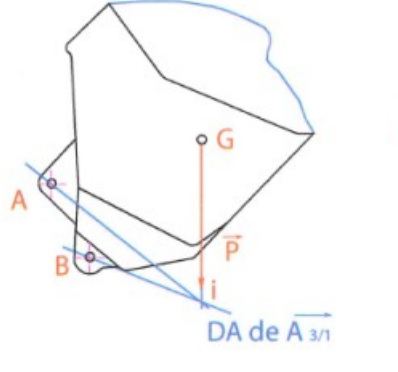
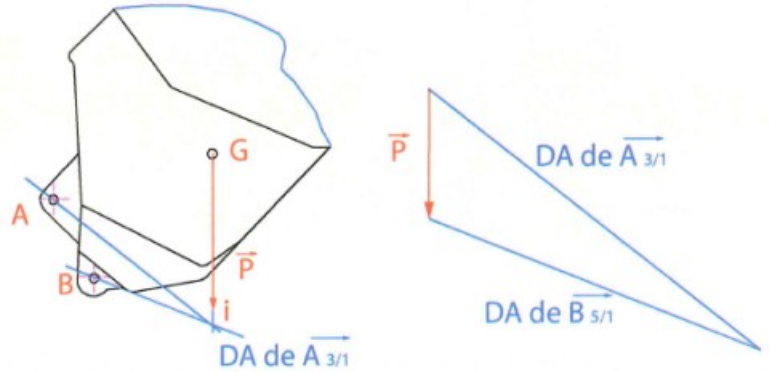
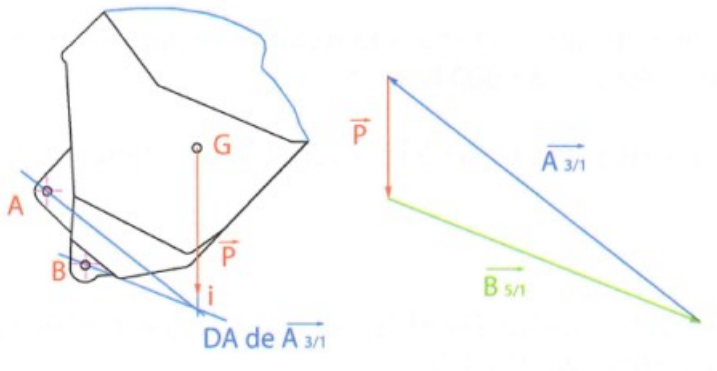


Échelle :

1 mm  $\Rightarrow$  500 N

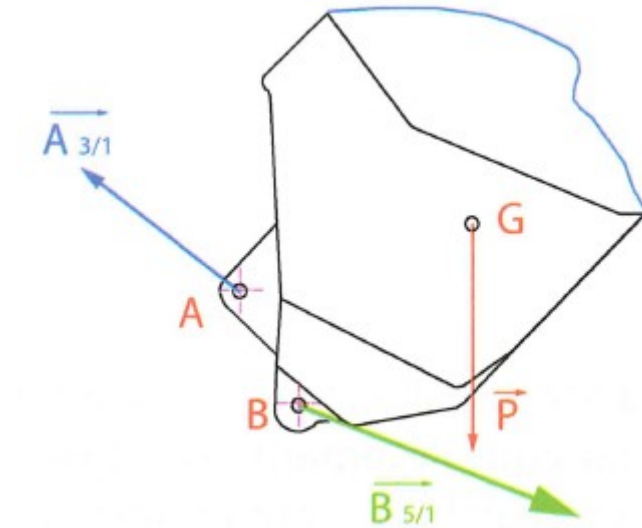
*Méthode : Construction dynamique*





1ère étape	2ème étape	3ème étape
On reporte sur la modélisation l'effort connu et la droite d'action du second effort.	On prolonge les deux droites d'action pour obtenir le point concourant (appelé conventionnellement I).	On en déduit la droite d'action du troisième effort, passant par le point d'application et par le point de concours.
		

4ème étape	5ème étape
On commence à tracer le dynamique des forces, en reportant à côté et à l'échelle, l'effort connu.	On reporte à une extrémité de la force la droite d'action d'une autre force.
	
6ème étape	
On reporte à l'autre extrémité de la force la droite d'action de la dernière force.	
	
7ème étape	
On détermine les sens et intensités des deux actions mécaniques inconnues (les sens doivent former un circuit fermé avec retour au point de départ).	
	

#### 8ème étape :

On complète le tableau bilan des actions mécaniques extérieures, et on reporte les forces sur la modélisation.



ACTIONS EXT.	Point d'application	Droite d'action		SENS		INTENSITÉ (N)	
$\vec{A}_{3/1}$	A		X	?		?	<b>25456</b>
$\vec{B}_{5/1}$	B	?	<b>BI</b>	?		?	<b>23845</b>
$\vec{P}$	G		X	↓	X	12000	X

## V.PFS appliqué à un système soumis à quatre actions quelconques

### 1. Hypothèses

- Les actions de contact sont situées **dans le plan Oxy**, plan de symétrie géométrique et mécanique.
- Les liaisons sont supposées parfaites.
- Sauf exception, tous les poids des systèmes matériels sont négligés.

### 2. Principe

Une étude de statique n'est possible, lorsqu'on a 4 forces ou plus, qu'à la condition d'avoir au maximum 2 intensités et 1 droite d'action inconnues.

La méthode consiste à additionner les actions mécaniques 2 à 2 jusqu'à trouver un solide soumis à 3 forces.

#### À noter

La droite d'action d'une résultante de 2 forces passe par l'intersection des droites d'actions des 2 forces additionnées.

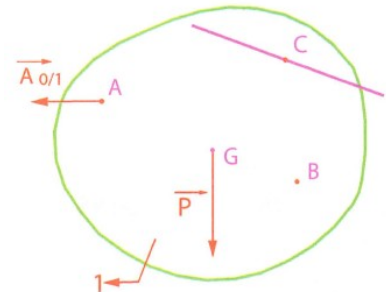
### 3. Exemple

#### Exemple

Un solide **1** est soumis à quatre actions mécaniques extérieures aux points **A**, **B**, **C** et **G**. Les efforts en **A** et **G** sont entièrement connus. On connaît la droite d'action en **C**.

#### Bilan des actions mécaniques extérieures

ACTIONS EXT.	Point d'application	Droite d'action		SENS	
$\vec{P}$	P	vertical	X	↓	
$\vec{A}_{0/1}$	A	Horizontale	X	←	
$\vec{B}_{2/1}$	B	?		?	
$\vec{C}_{3/1}$	C		X	?	



#### Application du PFS

Solide en équilibre soumis à 4 actions mécaniques extérieures non parallèles dont 2 sont connues entièrement et la droite d'action d'une troisième action est connue :

$$\sum \vec{F}_{ext \rightarrow S} = \vec{0} \text{ et } \sum \vec{M}_{/A}(\vec{F}_{ext \rightarrow S}) = \vec{0}$$

On additionne les actions  $\vec{P}$  et  $\vec{A}_{0/1}$  pour se rapporter à un solide soumis à trois actions mécaniques extérieures concourantes.

#### Méthode

1ère étape	2ème étape	3ème étape
On procède à l'addition des deux vecteurs connus. La résultante passe par l'intersection des deux droites d'actions.	On remplace les forces $\vec{P}$ et $\vec{A}_{0/1}$ par la résultante $\vec{R}$ et on détermine le point concourant.	On détermine la droite d'action de $\vec{B}_{2/1}$ .

4ème étape	5ème étape
On construit le triangle des forces.	On reporte les actions sur la modélisation.

#### 6ème étape :

On complète le tableau bilan des actions mécaniques extérieures.

ACTIONS EXT.	Point d'application	Droite d'action		SENS	
$\vec{P}$	P	verticale	X	↓	X
$\vec{A}_{0/1}$	A	Horizontale	X	←	X
$\vec{B}_{2/1}$	B	?	BI	?	↖
$\vec{C}_{3/1}$	C	↘	X	?	↘

## VI.PFS appliqué à un système soumis à 3 actions parallèles - méthode du funiculaire

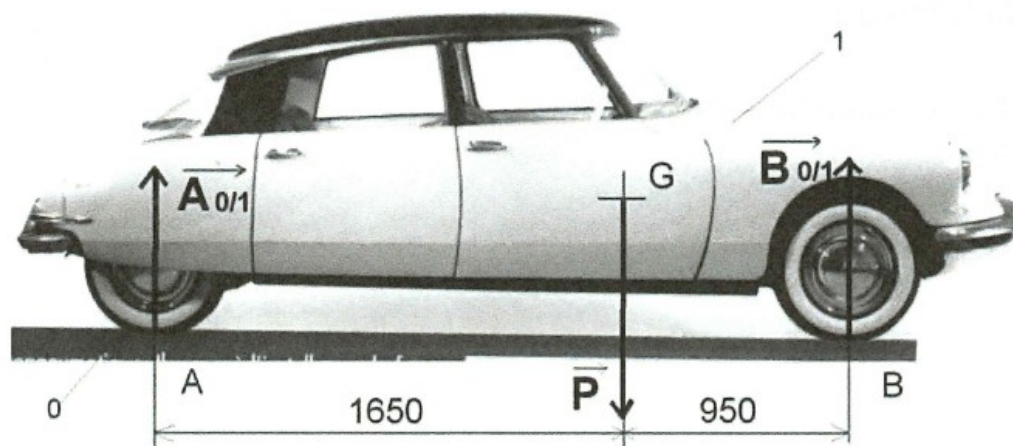
### 1. Hypothèses

- Les actions de contact sont situées **dans le plan oxy**, plan de symétrie **géométrique et mécanique**.
- Les liaisons sont supposées parfaites.
- Sauf exception, tous les poids des systèmes matériels sont négligés.

### 2. Exemple

La Citroën DS est soumise à 3 forces parallèles coplanaires :

- $\vec{P}$  (poids de la voiture = 2300 daN)
- $\vec{A}_{0/1}$  (réaction du sol / roues)



Source Citroën Communication



## Bilan des actions mécaniques extérieures (BAME)

ACTIONS EXT.	Point d'application	Droite d'action		SENS		INTENSITÉ (daN)	
$\vec{A}_{0/1}$	A		X	↑		?	
$\vec{B}_{0/1}$	B		X	↑		?	
$\vec{P}$	G		X	↓	X	2300	X

### Application du PFS

La voiture est en équilibre si :

$$\sum \vec{F}_{(ext \rightarrow S)} = \vec{0} : \text{Polygone des forces fermé}$$

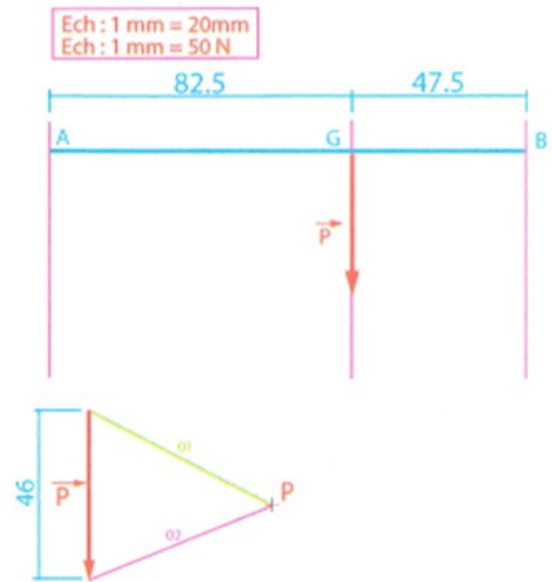
$$\sum \vec{M}_{/A(F_{ext \rightarrow S})} = \vec{0} : \text{Funiculaire fermé}$$

*Méthode : Méthode de résolution graphique ou méthode du funiculaire*

#### 1<sup>ère</sup> étape :

Après avoir modélisé le véhicule à l'échelle, on trace la force  $P$  à l'échelle, puis un point  $P$  appelé pôle (sa position peut être quelconque).

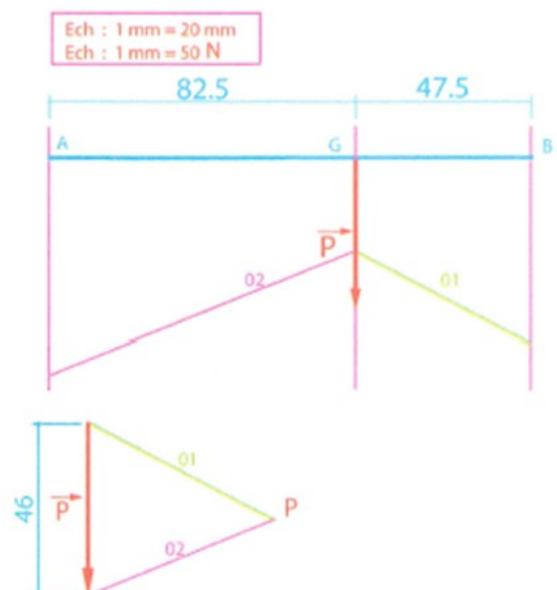
On trace aussi deux segments, appelés brins, qui partent de chaque extrémité du vecteur force et rejoignent le pôle  $P$ . Ces brins seront repérés **01** et **02**.



#### 2<sup>ème</sup> étape :

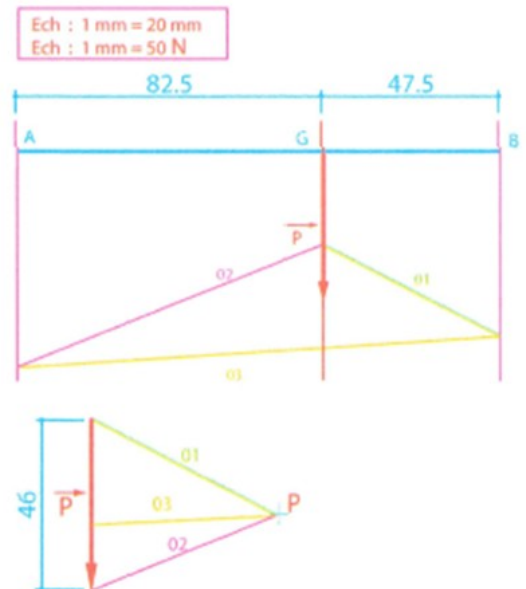
On reporte les brins **01** et **02** sur la modélisation de façon à ce que les brins **01** et **02** se croisent sur la droite d'action de la force  $P$ .

On les prolonge chacun jusqu'à l'une des deux autres droites d'actions.



### 3<sup>ème</sup> étape :

On ferme le funiculaire par un brin repéré **03** puis on reporte une parallèle à ce brin passant par le pôle P.



### 4<sup>ème</sup> étape :

On en déduit les actions en **A** et **B** (puisque le polygone des forces doit être fermé).

### 5<sup>ème</sup> étape :

On reporte les actions mécaniques sur la modélisation et on complète le tableau.

